**Софизмы**

*Софизм* – (от греческого sophisma – уловка, ухищрение, выдумка, головоломка), умозаключение или рассуждение, обосновывающее какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям. Каким бы ни был софизм, он всегда содержит одну или несколько замаскированных ошибок.

Математический софизм – удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки. Математические софизмы приучают внимательно и настороженно продвигаться вперед, тщательно следить за точностью формулировок, правильностью записи чертежей, за законностью математических операций. Очень часто понимание ошибок в софизме ведет к пониманию математики в целом, помогает развивать логику и навыки правильного мышления. Если нашел ошибку в софизме, значит, ты ее осознал, а осознание ошибки предупреждает от ее повторения в дальнейших математических рассуждениях.

Типичные ошибки в софизмах: запрещенные действия, пренебрежение условиями теорем, формул и правил, ошибочный чертеж, опора на ошибочные умозаключения. Нередко, ошибки, допущенные в софизме, настолько умело скрыты, что даже опытный математик не сразу их выявит. Основные создатели софизмов – древнегреческие ученые-философы. Важно правильно преподнести софизм, так, чтобы докладчику поверили.

*Экскурс в историю.*

## Софистами называли группу древнегреческих философов 4-5 века до н.э., достигших большого искусства в логике. В период падения нравов древнегреческого общества (5 век) появляются так называемые учителя красноречия, которые целью своей деятельности считали и называли приобретение и распространения мудрости, вследствие чего они именовали себя софистами. Наиболее известны Протагор, Горгий, Гиппий и Продик. Они обучали и просвещали древнегреческий народ, старались способствовать достижению нравственности, присутствия духа, способности ума ориентироваться во всяком деле. Но софисты не были учеными. Умение, которое должно было быть достигнуто с их помощью, заключалось в том, что человек учился иметь в виду многообразные точки зрения.

Исторически сложилось, что с понятием софизма связывают идею о намеренной фальсификации, руководствуясь признанием Протагора, что задача софиста - представить наихудший аргумент как наилучший путем хитроумных уловок в речи, в рассуждении, заботясь не об истине, а об успехе в споре или о практической выгоде.

Что касается самих софизмов, то, пожалуй, самым популярным на тот момент в Древней Греции был софизм Евбулида: «Что ты не терял, ты имеешь. Рога ты не терял. Значит у тебя рога». Единственная неточность, которую возможно было допустить, то это – двусмысленность высказывания. Данная постановка фразы является нелогичной, но логика возникла намного позже, благодаря Аристотелю, поэтому, если бы фраза строилась так: «Все, что ты не терял...», то вывод стал бы логически безупречным.

Подобных софизмов действительно очень много, но хотелось бы больше всего разобрать некоторые математические софизмы, которые наиболее популярны и известны.

### «Математические софизмы»

Разбор и решение любого рода математических задач, а в особенности нестандартных, помогает развивать смекалку и логику. Математические софизмы относятся именно к таким задачам. Рассмотрим математические софизмы.

6=7.

Запишем верное равенство: 42+12-54=49+14–63.

Вынесем общий множитель за скобки: 6(7+2–9)=7(7+2–9)

Разделим обе части на общий множитель (7+2–9).

Получим, что 6=7, что и требовалось доказать.

Где ошибка? Ведь этого быть не может.

Ошибка: нельзя делить на равенство (7 + 2 — 9), т. к. (7 + 2 — 9)= 0. Мы знаем еще из начальной школы, что на 0 делить нельзя.

Таким образом, можно доказать равенство любых разных двух чисел.

**Софизм «Пропавший рубль»**

Три подруги зашли в кафе выпить по чашке кофе. Выпили. Официант принес им счет на 30 рублей. Подруги заплатили по 10 рублей и вышли. Однако хозяин кафе решил сделать скидку посетительницам, сказав что кофе стоит 25 рублей. Официант взял деньги и побежал догонять подруг, но пока он бежал, подумал, что им будет трудно делить 5 рублей, ведь их трое, поэтому решил отдать им по 1 рублю, а 2 рубля оставить себе. Так и сделал.

Что же получилось? Подруги заплатили по 9 рублей. 9 . 3 = 27 рублей, да 2 рубля осталось у официанта. А где же еще 1 рубль?

Ошибка. Задача сформулирована так, чтобы запутать читателя. Подруги заплатили 27 рублей, из этой суммы 25 рублей осталось у хозяина кафе, а 2 рубля у официанта. И никакого пропавшего рубля!

Дважды два плюс пять.

Сколько будет дважды два плюс пять.

Здесь можно понять, как 2\*2+5 = 9 или 2\*(2+5) = 14.

В устную речь математиками введены понятия: сумма, произведение, разность и т.д.

2\*2+5 = 9 - сумма произведения два на два и пяти. 2\*(2+5) = 14 - удвоенная сумма двух и пяти.

«Сочетательное и переместительное свойства алгебраической суммы не имеют места»

Рассмотрим сумму бесконечного числа слагаемых, поочередно равных плюс единице и минус единице, т.е.

(1)

И попробуем найти значение этой суммы.

Сначала поступим следующим образом. Будем объединять слагаемые в пары, начиная со второго слагаемого, ставя перед каждой парой «минус», т.е.



Теперь переставим каждое положительное слагаемое той же суммы (1) на место отрицательного и обратно, тогда



Итак, по-разному переставляя слагаемые суммы(1), мы пришли к различным значениям этой суммы: 1 и –1, в итоге сумма слагаемых изменяется от перегруппировки слагаемых ,а сочетательное и переместительное свойства алгебраической суммы не имеют места.

Где ошибка???

Дважды два – пять (2 \* 2 = 5)  
Доказательство:  
Пусть исходное соотношение - очевидное равенство:  
4:4= 5:5 (1) .  
Вынесем за скобки общий множитель каждой части (1) равенства, и мы получим:  
4\*(1:1)=5\*(1:1) (2)  
Разложим число 4 на произведение 2 \*2  
(2\*2)\* (1:1)=5\*(1:1) (3)  
Наконец, зная, что 1:1=1, мы из соотношения (2) устанавливаем: 2\*2=5.  
Ошибка заключается в том, что нельзя было выносить множитель за скобки в в частном, множитель можно выносить либо из суммы, либо из разности.

1. «Отрицательное число больше положительного».

Возьмем два положительных числа а и с. Сравним два отношения:

 

Они равны, так как каждое из них равно . Можно составить пропорцию:



Но если в пропорции предыдущий член первого отношения больше последующего, то предыдущий член второго отношения также больше своего последующего. В нашем случае , следовательно, должно быть , т.е. отрицательное число больше положительного.

*Где ошибка???*

Данное свойство пропорции может оказаться неверным, если некоторые члены пропорции отрицательны.

« Спичка вдвое длиннее телеграфного столба»

Пусть а дм – длина спички и b дм – длина столба. Разность между b и a обозначим через c .

Имеем  Перемножаем два эти равенства по частям, находим:  Вычтем из обеих частей bc. Получим: , или , откуда , но , поэтому , или 

*Где ошибка???*

В выражении  производится деление на  , а этого делать нельзя, так как .Значит, спичка не может быть вдвое длиннее телеграфного столба.

«Один рубль не равен ста копейкам»

Известно, что любые два неравенства можно перемножать почленно, не нарушая при этом равенства, т.е. если , то .

Применим это положение к двум очевидным равенствам

 р.= коп, (1)

р.=коп. (2)

перемножая эти равенства почленно, получим

 р.=коп. (3)

и, наконец, разделив последнее равенство на  получим, что

 р.=коп.

таким образом, один рубль не равен ста копейкам.

*Где ошибка???*

Ошибка, допущенная в этом софизме, состоит в нарушении правил действия с именованными величинами: все действия, совершаемые над величинами, необходимо совершать также и над их размерностями.

Действительно, перемножая равенства (1) и (2), мы получим не (3), а следующее равенство

 р.=коп. (3)

которое после деления на 10 дает

 р.=коп. (\*)

а неравенство  р.=к, как это записано в условии софизма. Извлекая квадратный корень из равенства (\*), получаем верное равенство р.=коп.

«Число, равное другому числу, одновременно и больше, и меньше его».

Возьмем два произвольных положительных равных числа А и В и напишем для них следующие очевидные неравенства:

 и  (1)

Перемножив оба этих неравенства почленно, получим неравенство

, а после его деления на , что вполне законно, ведь , придем к выводу, что  (2)

Записав же два других столь же бесспорных неравенства  и  (3)

Аналогично предыдущему получим, что , а разделив на, придем к неравенству (4)

Итак, число , равное числу , одновременно и больше, и меньше его.

*Где ошибка???*

Здесь совершен неравносильный переход от одного неравенства к другому при недопустимом перемножении неравенств.

Проделаем правильные преобразования неравенств.

Запишем неравенство (1) в виде .

Левые части этих неравенств положительны, следовательно, умножая почленно оба эти неравенства или  что представляет собой просто верное неравенство. Аналогично предыдущему, записывая неравенства (3) в виде , получим просто верное неравенство .

«Ахиллес никогда не догонит черепаху»

Древнегреческий философ Зенон доказывал, что Ахиллес, один из самых сильных и храбрых героев, осаждавших древнюю Трою, никогда не догонит черепаху, которая, как известно, отличается крайне медленной скоростью передвижения..

Вот примерная схема рассуждений Зенона. Предположим, что Ахиллес и черепаха начинают свое движение одновременно, и Ахиллес стремится догнать черепаху. Примем для определенности, что Ахиллес движется в 10 раз быстрее черепахи, и что их отделяют друг от друга 100 шагов.

Когда Ахиллес пробежит расстояние в 100 шагов, отделяющее его от того места, откуда начала двигаться черепаха, то в этом месте он туже ее не застанет, так как она пройдет вперед расстояние в 10 шагов. Когда Ахиллес минует и эти 10 шагов, то и там черепахи уже не будет, поскольку она успеет перейти на 1 шаг вперед. Достигнув и этого места, Ахиллес опять не найдет там черепахи, потому что она успеет пройти расстояние, равное 1/10 шага, и снова окажется несколько впереди его. Это рассуждение можно продолжать до бесконечности, и придется признать, что быстроногий Ахиллес никогда не догонит медленно ползающую черепаху.

*Где ошибка???*

Рассматриваемый софизм Зенона даже на сегодняшний день далек от своего окончательного разрешения, поэтому здесь мы обозначу только некоторые его аспекты.

Сначала определим время t, за которое Ахиллес догонит черепаху. Оно легко находится из уравнения a+vt=wt, где а -расстояние между Ахиллесом и черепахой до начала движения, v и w – скорости черепахи и Ахиллеса соответственно. Это время при принятых в софизме условиях (v=1 шаг/с и w=10 шагов/с) равно 11, 111111… сек.

Другими словами, примерно через 11, 1 с. Ахиллес догонит черепаху. Подойдем теперь к утверждениям софизма с точки зрения математики, проследим логику Зенона. Предположим, что Ахиллес должен пройти столько же отрезков, сколько их пройдет черепаха. Если черепаха до момента встречи с Ахиллесом пройдет m отрезков, то Ахиллес должен пройти те же m отрезков плюс еще один отрезок, который разделял их до начала движения. Следовательно, мы приходим к равенству m=m+1, что невозможно. Отсюда следует, что Ахиллес никогда не догонит черепаху!!!

Итак, путь, пройденный Ахиллесом, с одной стороны, состоит из бесконечной последовательности отрезков, которые принимают бесконечный ряд значений, а с другой стороны, эта бесконечная последовательность, очевидно не имеющая конца, все же завершилась, и завершилась она своим пределом, равном сумме геометрической прогрессии.

Трудности, которые возникают при оперировании понятиями непрерывного и бесконечного и столь мастерски вскрываются парадоксами и софизмами Зенона, до сих пор не преодолены, а разрешение противоречий, содержащихся в них, послужило более глубокому осмыслению основ математики.

6=7.

Запишем верное равенство: 42 +12 - 54 = 49 +14 – 63.

Вынесем общий множитель за скобки: 6(7 + 2 – 9) = 7(7 + 2 – 9)

Разделим обе части на общий множитель (7 + 2 – 9).

Получим, что 6 = 7 , что и требовалось доказать. Где ошибка? Ведь этого быть не может. Папа сказал, что есть такое понятия, как софизм. Так я определился с темой проекта. Катя сама выбрала тему из списка, который был предложен учителем математики. Для нее понятие софизм тоже было неизвестно, поэтому она решила узнать, что означает это незнакомое и интересное слово.

**Софизм «5 = 6»**

Докажем, что 5 =6. С этой целью возьмем числовое равенство 35 + 10- 45 = 42 + 12 — 54. Вынесем общий множитель левой и правой части за скобки. Получим 5(7 + 2 — 9) = 6 (7 + 2 — 9). Разделим обе части этого равенства на общий множитель (7 + 2 — 9). Получаем 5=6. В чем ошибка?

Ошибка: нельзя делить на равенство (7 + 2 — 9), т. к. (7 + 2 — 9)= 0. Ма знаем еще из начальной школы, что на 0 делить нельзя.

Таким образом, можно доказать равенство любых разных двух чисел.

**Софизм «Пропавший рубль»**

Три подруги зашли в кафе выпить по чашке кофе7 Выпили. Официант принес им счет на 30 рублей. Подруги заплатили по 10 рублей и вышли. Однако хозяин кафе решил сделать скидку посетительницам, сказав что кофе стоит 25 рублей. Официант взял деньги и побежал доганять подруг, но пока он бежал, подумал, что им будет трудно делить 5 рублей, ведь их трое, поэтому решил отдать им по 1 рублю, а 2 рубля оставить себе. Так и сделал.

Что же получилось? Подруги заплатили по 9 рублей. 9 . 3 = 27 рублей, да 2 рубля осталось у официанта. А где же еще 1 рубль?

Ошибка. Задача сформулирована так, чтобы запутать читателя. Подруги заплатили 27 рублей, из этой суммы 25 рублей осталось у хозяина кафе, а 2 рубля у официанта. И никакого пропавшего рубля!